

# De zoektocht naar zekerheid

## De stripfiguur Bertrand Russell

Het begon bij Aristoteles: de logische onderzoekingen van een Britse filosoof.  
door Henk Barendregt

LOGICOMIX. EEN EPISCHE ZOEKTOCHT NAAR DE WAARHEID door Apostolos Doxiadis, Christos Papadimitriou, Alecos Papadatos en Annie di Donna.

De Vliegende Hollander. Amsterdam 2009. 346 pag. € 19,95

**L**OGICOMIX,

een beeldroman over de Britse filosoof Bertrand Russell (1872-1970) en de grondslagen van de wiskunde, is ondanks het niet-alledaagse onderwerp een internationale bestseller geworden. Waarschijnlijk komt dat mede doordat er ook aandacht is voor de psyche van Russell. Na het vroege overlijden van zijn aristocratische ouders merkte hij als kleine jongen dat een van zijn familieleden mentaal ernstig uit balans was. Dat gaf hem een levenslange angst hetzelfde te overkomen; logica was een middel om mentaal houvast te vinden.

noemde redeneringsvormen. Pas meer dan tweeduizend jaar later, eind negentiende eeuw, beschreef de Duitser Gottlob Frege (1848-1925) een kleine collectie logische wetten die voldoende is om alle wiskundige consequenties van bepaalde axioma's strikt formeel af te leiden. Toen



Pagina uit besproken boek.

*Principia Mathematica* is van cruciaal belang geweest voor de grondslagen van de wiskunde. Doordat er een volledig

Gödel (1906-1978) in 1931 laten zien dat deze theorie gericht op de rekenkunde *onvolledig* is: als het systeem vrij is van tegenstrijdigheden zijn er uitspraken die noch bewezen noch weerlegd kunnen worden.

Hierop voortbouwend zou vijf jaar later de Engelsman Alan Turing (1912-1954) aantonen dat er geen algemene methode bestaat om uit te maken of een willekeurige uitspraak al dan niet bewijsbaar is: de zogenoemde *onbeslisbaarheid*. (Voor dit resultaat voerde Turing het begrip van de programmeerbare computer in. De laptop waarop deze boekbespreking geschreven wordt, is in essentie een voorbeeld van dit onderwerp: een programmeerbare, universele machine. Turing en zijn werk worden in de appendix van *Logicomix* vermeld.) Ondanks de onvolledigheid en onbeslisbaarheid is het niet zo dat de axiomatische methode

‘Logica was voor Russell een middel om mentaal houvast te vinden.’

Om de problemen van de logica en de grondslagen van de wiskunde te begrijpen, moeten we terug naar de Griekse oudheid, waar Aristoteles (384-322 v.Chr.) als eerste over dit onderwerp schreef. Hij voerde de zogeheten axiomatische methode in. In de wiskunde zijn er enerzijds *begrippen* en anderzijds *uitspraken* over die begrippen. In de meetkunde heb je bijvoorbeeld ‘punt’, ‘lijn’, ‘driehoek’ en ‘cirkel’ als begrippen; in die theorie zijn er onder meer de eigenschappen ‘lijn p snijdt lijn q in punt A’ en ‘driehoek ABC heeft dezelfde oppervlakte als driehoek DEF’. Uit bekende begrippen kun je nieuwe krijgen door middel van definities; uit bekende geldige eigenschappen kun je nieuwe krijgen door middel van bewijzen.

Maar je moet ergens beginnen. Daarom zijn er de primitieve begrippen, die niet nader gedefinieerd worden, en de axioma's, die niet nader bewezen worden. Deze visie op de wiskunde bracht Euclides (300-? v.Chr.) er waarschijnlijk toe om in zijn beroemde boekenserie *Elementen* de meetkunde axiomatisch op te bouwen. Dat werd vervolgens de standaard van de wiskunde: uit een axioma-systeem begrippen definiëren en stellingen bewijzen. Er waren nog geen regels die verklaarden hoe dat bewijzen precies moest verlopen, maar Plato (428-348 v.Chr.) had er al op gewezen dat de capaciteit om te bewijzen in eenieder van ons is ingebouwd.

Aristoteles was daar niet tevreden mee en begon een zoektocht naar de wetten van het correcte redeneren, de logica. Uit ‘alle mensen zijn gelukkig’ en ‘Socrates is een mens’, volgt ‘Socrates is gelukkig’. Dat was een van de door Aristoteles be-

Frege deze logica gevonden had, begon hij ijverig vanuit een bepaald axiomasysteem delen van de wiskunde geheel formeel af te leiden.

Niet lang daarna was in Cambridge wiskundestudent Russell bezig met het zoeken naar zekerheid. Hij was ontevreden over de matige strengheid van de in die tijd gebruikte wiskundeboeken. Russell raakte bekend met het werk van Frege en ontdekte dat je uit diens axiomasysteem tegenstrijdigheden kon afleiden. Dan heb je niets meer aan zo'n logisch systeem. Samen met landgenoot Alfred Whitehead (1861-1947) werkte Russell aan de *Principia Mathematica* (1910-1913), waarbij het doel was om met een voorzichtiger axiomasysteem ook de wiskunde te kunnen afleiden, zonder contradicties. Hun belangrijke bijdrage was dat delen van de wiskunde inderdaad formeel ontwikkeld konden worden. Er waren echter 362 pagina's

‘Russell wordt beschreven als een neuroot die om zijn onzekerheid te bezweren zich ingroef in redeneringen van uitspraken die iedereen toch al kende.’

voor nodig om de natuurlijke getallen in te voeren en af te leiden dat  $1+1=2$  geldig is. Russell wordt in *Logicomix* dan ook beschreven als een neuroot die om zijn onzekerheid te bezweren zich ingroef in redeneringen van uitspraken die iedereen toch al kende. Tussen de bedrijven door hield hij zich graag bezig met vrouwen.

geformaliseerd logisch systeem met wiskundige begrippen en axioma's beschreven is, waarin delen van de wiskunde opgebouwd kunnen worden, ligt precies wiskundig vast wát er bewezen kan worden. Juist daarin schuilt echter een probleem. Op grond van het werk van Whitehead en Russell kon de Oostenrijker Kurt

heeft afgedaan. Het is een uitstekend middel om tot wiskundige inzichten te komen. Dat niet alles bewezen of weerlegd kan worden en dat bewijsbaarheid

hard- en software, maar ook bijvoorbeeld voor de volledige verificatie van moeilijke wiskundige stellingen, zoals de vierkleurenstelling (iedere landkaart kan zodanig

---

**‘Dat niet alles bewezen of weerlegd kan worden, maakt de wiskunde des te interessanter.’**

niet automatisch geverifieerd kan worden, moeten we op de koop toe nemen. Het maakt de wiskunde des te interessanter.

De resultaten van Gödel en Turing zijn ‘negatief’: we kunnen niet alles bewijzen en we kunnen niet met een algemene methode voorspellen of iets bewijsbaar is of niet. *Logicomix* laat verder onvermeld dat de methode om deze feiten aan te tonen later ook belangrijke positieve toepassingen heeft gekregen. De Nederlandse wiskundige N.G. (Dick) de Bruijn (geb. 1918) heeft eind jaren zestig de in *Principia Mathematica* gebruikte type-theorie van Russell zodanig uitgebreid dat vrijwel alle wiskunde in het resulterende systeem geformaliseerd kan worden. Dat gebeurt op zo’n manier dat een eenvoudig computerprogramma kan verifiëren of het geformaliseerde bewijs correct is of niet. Deze verificatiemethode leidt tegenwoordig tot een van de belangrijkste toepassingen van de wiskunde. Zij wordt gebruikt voor de verificatie van

met vier kleuren gekleurd worden dat naburige landen een andere kleur krijgen; dit geldt op aarde – op een donutvormige planeet heb je zeven kleuren nodig).

*Logicomix* veroorlooft zich dichtertelijke vrijheden. Zo gaat Russell op bezoek bij Frege in Duitsland, wat in werkelijkheid

---

**‘Plato had er al op gewezen dat de capaciteit om te bewijzen in eenieder van ons is ingebouwd.’**

niet gebeurd is. Ook was Russell zeer waarschijnlijk niet aanwezig bij de voordracht aan de Wiener Kreis waarin Gödel zijn onvolledigheidsstelling verkondigde. Maar deze en andere afwijkingen van de werkelijkheid maken het verhaal sappiger. Ze worden achter in het boek opgesomd, en dat maakt het acceptabel: het gaat om

de beschrijving en accentuering van ideeën, niet om de feitelijke geschiedenis.

Zoals logica reflecteert over de beoefening van de wiskunde is dit boek ook reflectief. Regelmatig verlaten de schrijvers de held van het boek om met elkaar in discussie te gaan over hoe nu verder. Met name bespreken ze de vraag of het onderwerp wel zal overkomen. Daarin lijken de auteurs goed geslaagd. Het boek leest als een spannend stripverhaal met aardige tekeningen.

Ten slotte: het in twijfel trekken van alles wat bekend is, tot aan de methode van het kennen toe, kan bij sommigen een mentale onzekerheid opwekken. Of Russell nu op deze manier onzeker is geworden of dat hij zijn onzekerheid probeerde te verbergen met zijn logische onderzoekingen blijft een open vraag. Hoe dat ook zij, *Logicomix* vertelt zowel

**De eerste uitgebreide publicatie over het NAF, de grootste collaborateursorganisatie tijdens WO2**



**Ons socialisme  
Uw toekomst!**

**Henk Woudenberg en het  
Nederlands Arbeidsfront  
(1942-1945)**

Gjalt Zondergeld

9789055893072 Eur 39,50

Het doel, waarnaar het NAF streefde, was het socialisme, dat het Amerikaanse kapitalisme en het Russische communisme zou verslaan. Klassenverzoening tussen ondernemers en arbeiders was daarbij het motto van het NAF, geen klassenstrijd.

Maar was dat wel socialisme, wat deze nationaal-socialisten wilden bereiken?

Over die vraag gaat dit boek, waarin uitvoerig beschreven wordt hoe met de belangenbehartiging van de Nederlandse dwangarbeiders in Duitsland en met het ontspanningswerk van de culturele afdeling Vreugde en Arbeid het NAF tot op het eind van de oorlog tevergeefs geprobeerd heeft het Nederlandse volk voor het nationaalsocialisme te winnen.

**www.spinhuis.nl**

voor logici als niet-logici het fascinerende verhaal van de totstandkoming van een van de belangrijkste bijdragen aan de grondslagen van de wiskunde.

Henk Barendregt is hoogleraar grondslagen van de wiskunde aan de Radboud Universiteit Nijmegen.